b) Construire les points B, C et D d'affixes respectives $\overline{a}$, a^2 *et* $\overline{a}^2$.

2°) a) Justifier que $a+\overline{a}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

b) Montrer que a et $\overline{a}$ sont les solutions de l'équation (E) : $z^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1=0$.

3°) a) Montrer que pour tout nombre complexe z,

$$z^5-1=(z-1)\left[z^2-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1\right]\left[z^2+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)z+1\right].$$

b) En déduire que a est une racine cinquième de l'unité.

4°) a) Donner sous forme exponentielle les racines cinquièmes de l'unité distinctes de 1.

b) Vérifier que $e^{\frac{2i\pi}{5}}$ est l'unique racine cinquième de l'unité dont la partie réelle et la partie imaginaire sont strictement positives.

c) En déduire que $a=e^{\frac{2i\pi}{5}}$.

5°) Soit I le point d'affixe 1. Montrer que les points I, A, C, D et B sont les sommets d'un pentagone

EXERCICE N°3 — 4,5 points — 30 ' — PRINCIPALE 2017

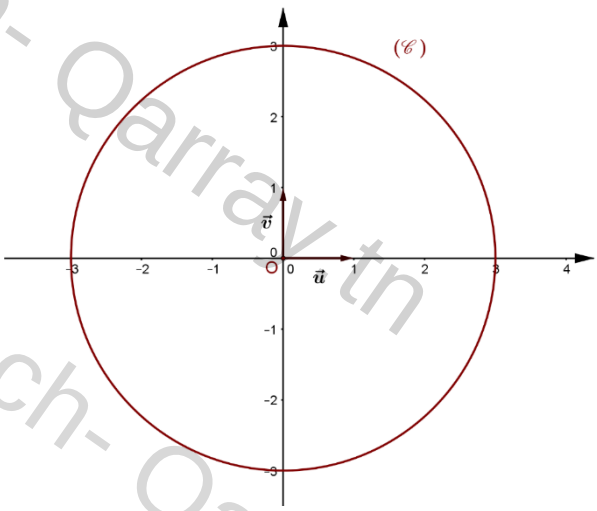
1°) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-\left(\sqrt{5}+2i\right)z+1+4\sqrt{5}\ i=0$.

a) Calculer $\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

b) Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta=-3\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

c) En déduire que les solutions de (E) sont : $a=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)$ et $b=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)$.

Dans la figure ci-dessous, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre O et de rayon 3.



2°) Soit Q le point d'affixe $\sqrt{5}+2i$.

a) Montrer que le point Q appartient à $\mathscr{C}$.

b) Construire alors le point Q.

3°) Soient A et B les points d'affixes respectives les nombres complexes a et b.

a) Montrer que les points A et B appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.

b) Vérifier que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

c) En déduire que le quadrilatère $OAQB$ est un losange.

d) Construire alors les points A et B.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com